

Optimierte Numerierung der Unbekannten in photogrammetrischen Blöcken

Von ERWIN KRUCK, Hannover

Zusammenfassung

Durch eine neue Numerierung der Unbekannten in photogrammetrischen Blöcken können Speicherplatz- und Rechenzeitbedarf bei Aufstellung vollständiger Normalgleichungen für Blockausgleichungen erheblich vermindert werden. Auf die Benutzung der mit vielen Nachteilen behafteten sogenannten „teilreduzierten Normalgleichungen“ kann verzichtet werden, ohne daß man einen erheblichen Zuwachs an Rechenzeit in Kauf nehmen müßte. Das neue Prinzip wird hier vorgestellt und erläutert.

Optimum Numeration of the Unknowns in Photogrammetric Blocks

With a new arrangement of unknowns in complete normal equations for photogrammetric block-adjustments the required storage and the calculation time will be reduced considerably. Without a significant increase of calculation time it is possible now to renounce to "partially reduced normal equations" which include a lot of disadvantages. The new principle will be introduced and explained.

Numération optimale des inconnues en blocs photogrammétriques

Par une nouvelle numération des inconnues en équations normales complètes on peut réduire considérablement le temps de calcul et la zone mémoire pour les compensations en blocs photogrammétriques. Il est possible de renoncer aux équations normales, en partie réduites, sans attendre une augmentation du temps de calcul.

Einleitung

Die Probleme des Aufbaus und der Auswertung großer Normalgleichungen photogrammetrischer und allgemein geodätischer Blöcke sind ein aktuelles Thema, wie zahlreiche Veröffentlichungen in diesem Bereich zeigen. Dabei kommt es nicht nur darauf an, Speichertechniken und

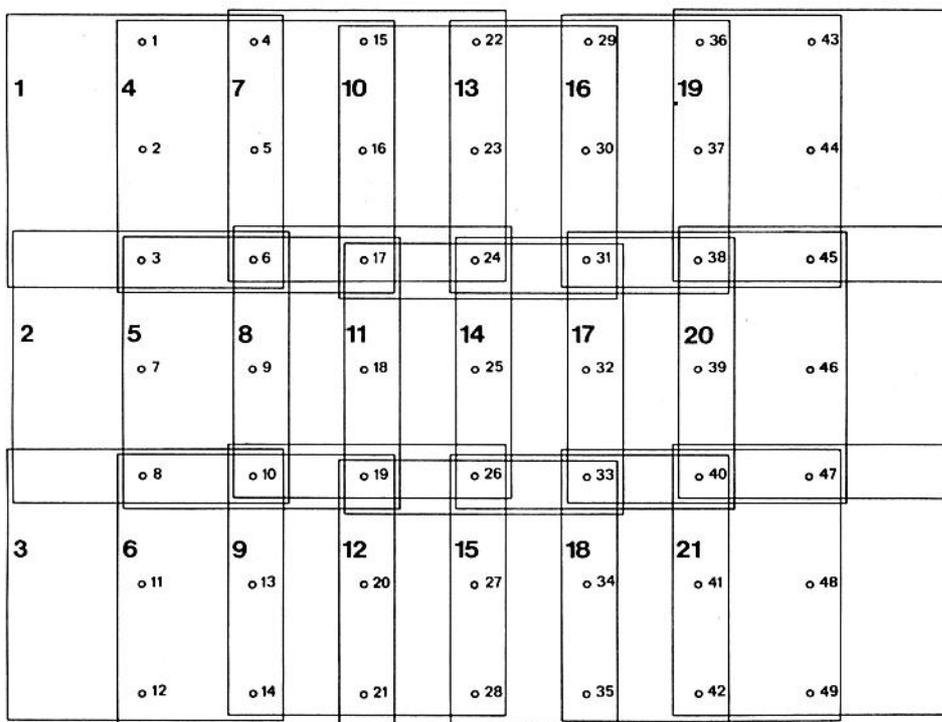


Abb. 1 Numerierung von Punkten und Bildern

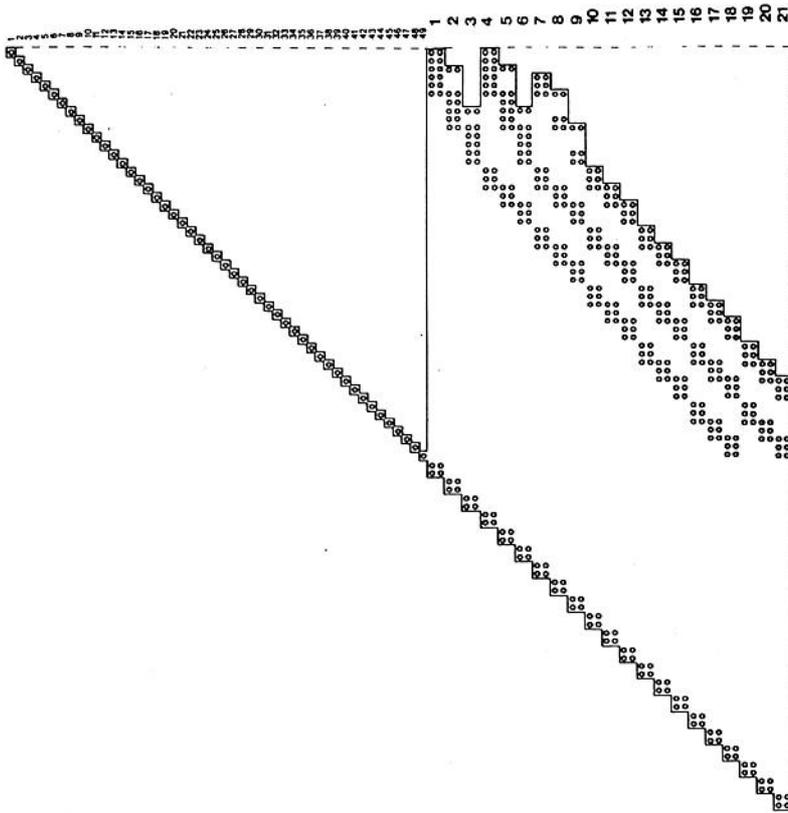


Abb. 2 Normalgleichungsmatrix bei herkömmlicher Numerierung der Unbekannten
 Speicherbedarf: $s = 20481$
 mittl. Profilhöhe: $b = 90$
 (jeder Punkt stellt eine 3×3 -Submatrix dar)

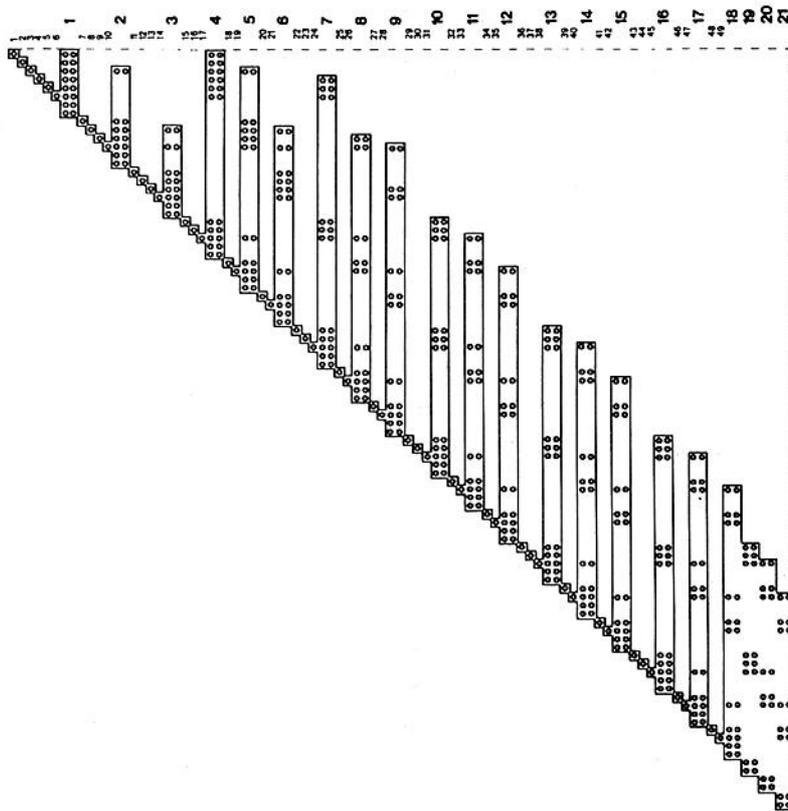


Abb. 3 Normalgleichungsmatrix mit neuer Numerierung der Unbekannten
 Speicherbedarf: $s = 10445$
 mittl. Profilhöhe: $b = 42$
 (jeder Punkt stellt eine 3×3 -Submatrix dar)

schnelle Auflösungsalgorithmen zu finden, die Symmetrie und Sparse-Eigenschaften der Normalgleichungsmatrizen ausnützen. Die Auswahl und die Reihenfolge der Unbekannten sowie ihre eventuelle Umsortierung zu einer günstigen Form der Normalgleichungsmatrix ist eine vielbeachtete Aufgabe. Da alle Methoden ihre spezifizierten Vor- und Nachteile haben, wird man stets das für eine Aufgabe günstigste Verfahren auswählen.

In der Praxis werden die meisten Blockausgleichungen mit „teilreduzierten Normalgleichungen“ und Bandalgorithmen gelöst [1]. Dabei werden als Unbekannte der Ausgleichung nur die Orientierungsdaten der Bilder mitgeführt. Die unbekannt Punktkoordinaten werden wegreduziert. Dieses Verfahren zeichnet sich durch seinen günstigen Rechenaufwand aus.

In vielen anderen Fällen, insbesondere wenn regelmäßig Standardabweichungen der Punktkoordinaten zu berechnen sind, oder wenn zu den photogrammetrischen Daten geodätische Beobachtungen hinzukommen, werden vollständige Normalgleichungen blockweise aufgestellt und verarbeitet. Der zugehörige Algorithmus ist universell und relativ einfach, der Rechenaufwand jedoch erheblich. Durch das Fortlassen von Blöcken, die nur Nullelemente enthalten, lassen sich bestimmte Strukturen von Normalgleichungsmatrizen ausnützen.

Durch den Einsatz besonderer Techniken ist es möglich, vollständige Normalgleichungen zu verarbeiten und damit eine hohe Universalität und Flexibilität zu erhalten, gleichzeitig aber die günstigsten Rechenzeiten zu erzielen, die man bei Arbeiten mit teilreduzierten Normalgleichungen erreicht.

Speichertechnik und Auflösungsalgorithmus

Zur Einsparung von Speicherplatz wird die Profilspeichertechnik eingesetzt, d. h. es wird spaltenweise von jeder Spalte nur der Teil vom ersten Nicht-Null-Element bis zur Diagonalen gespeichert (Abb. 2) [3]. Die Fläche zwischen der Profillinie und der Diagonalen stellt also den benötigten Speicherraum dar. Für die Lösung des Systems wird der Cholesky-Algorithmus eingesetzt, da sich sowohl die Dreieckzerlegung $C^T \cdot C = N$ als auch die Inversion $C \cdot N^{-1} = C^{-1T}$ als reine Spaltenoperationen darstellen lassen und somit der Profilspeichertechnik optimal angepaßt sind. Bei der C-Zerlegung entstehen neue Nicht-Null-Elemente, die jedoch alle innerhalb des Profils liegen. Die Matrix C hat also das gleiche Profil wie die Normalgleichungsmatrix N. Der Lösungsvektor x ergibt sich durch Spaltenoperationen aus $n = C^T \cdot g$ und $C \cdot x = g$. Die Matrix N^{-1} ist prinzipiell eine vollbesetzte Matrix. Es ist jedoch möglich, nur diejenigen Elemente zu berechnen, die innerhalb des Profils von N liegen (Profilinverse). Für die meisten praktischen Anwendungen ist dies ausreichend. Werden weitere Elemente von N^{-1} benötigt, so sind sie auch berechenbar – am leichtesten durch Erweiterung des Profils.

Reicht der im Kernspeicher zur Verfügung stehende Speicherraum nicht mehr aus, so wird die N-Matrix in Blöcke zerlegt. Ein Block enthält dann eine größtmögliche Anzahl von Spalten. Für die Auflösung bzw. Inversion werden dann die Blöcke wechselweise in den Kernspeicher geladen [3].

Neue Numerierung der Unbekannten

Abb. 2 zeigt eine Normalgleichungsmatrix für die in Abb. 1 dargestellte Aufnahmesituation mit der üblichen Numerierung der Unbekannten. Für die hier gewählte Profilspeichertechnik führt eine systematische Mischung von Punkt- und Bildunbekannten (Abb. 3) zu einem wesentlich reduzierten Speicherplatzbedarf und damit zu einem erheblich geringeren Rechenaufwand.

Die Bilder werden quer zur größten Blockausdehnung numeriert. Die Unbekannten der Punkte stehen jeweils vor den Unbekannten desjenigen Bildes, in denen sie zum ersten Mal angemessen wurden. Innerhalb einer Sequenz von Punkten zwischen zwei Bildern wird so sortiert, daß diejenigen Punkte weiter hinten liegen, die in Bildern mit höheren Nummern angemessen wurden (Abb. 1 u. Abb. 3). Auf diese Weise wird ein minimales Profil erzielt.

Rechenaufwand

Das bisher schnellste [2] und auch am häufigsten verwendete Verfahren zur Auflösung photogrammetrischer Blöcke ist die Aufstellung teilreduzierter Normalgleichungen. Deshalb soll das neue Verfahren diesem gegenübergestellt werden.

Zum Vergleich wird auch der Aufwand bei herkömmlicher Numerierung der Unbekannten angegeben. Diese Angaben gelten genähert auch für andere Speichertechniken und Lösungsverfahren, die mit vollständigen Normalgleichungen arbeiten (z. B. BOLTZ'sches Entwicklungsverfahren). Als Maß für den Rechenaufwand soll zunächst die Anzahl der notwendigen Multiplikationen herangezogen werden. Tabelle 1 und Tabelle 2 zeigen den theoretischen Rechenaufwand.

In Tabelle 2 bedecken drei Blöcke eine quadratische und einer eine rechteckige Fläche. Es wird deutlich, daß durch die neue Art der Numerierung bei großen Blöcken mehr als 99% des Rechenaufwands eingespart werden kann. Die Ausgleichung mit vollständigen Normalgleichungen ist somit auch für große Blöcke durchführbar und nur wenig rechenintensiver als bei der Verwendung teilreduzierter Normalgleichungen.

Um nun auf Rechenzeiten zu schließen, muß zunächst berücksichtigt werden, daß das Aufstellen der teilreduzierten Normalgleichungen mit erheblicher Verwaltungsarbeit belastet ist, während die Gleichungsauflösung sehr günstig als Vektorverarbeitung programmiert werden kann. Einige neue Rechner besitzen bereits Einrichtungen, die die Vektorverarbeitung erheblich beschleunigen (z. B. HP 1000). Für die Zukunft darf eine verstärkte Verbreitung von Vektorrechnern erwartet werden.

Bei praktischen Berechnungen mit dem Unterprogramm CHESI (Cholesky Equation Solution and Inversion), das als Bestandteil des Programms BINGO (Bündelblockausgleichung für Ingenieur-Objekte) für die Nahbereichsphotogrammetrie entwickelt wurde und auf der CDC Cyber 76 des Regionalen Rechenzentrums für Niedersachsen in Hannover installiert ist, werden Rechengeschwindigkeiten von etwa 1,4 Millionen Multiplikationen pro Sekunde erreicht.

Tabelle 1 Rechenaufwand in Formeln [Anzahl Multiplikationen]

	Profilspeichertechnik u. Choleskyverfahren	teilred. Normalgleichungen u. Bandalgorithmen
Normalgleichungen aufstellen	$R_A = \frac{n \cdot a^2}{2}$	$R_A = \frac{n \cdot (v \cdot u_n)^2}{2}$ [2]
Normalgleichungen lösen	$R_L = \frac{u \cdot b^2}{2} - \frac{b^3}{3}$	$R_L = \frac{u_0 \cdot b^2}{2} - \frac{b^3}{3}$
zusätzlich für Inversion	$R_I = u \cdot b^2 - \frac{2}{3} b^3$	außer Betracht

a: Koeffizienten einer Beobachtungsgleichung, b = mittlere Profilhöhe oder Bandbreite, n: Beobachtungsgleichungen, u: Unbekannte, u_n : Unbekannte pro Modell oder Bild, u_0 : Orientierungsunbekannte, v: mittlerer Verknüpfungsgrad der Punkte

Schlußbemerkungen

Bisher war es schwierig, zusätzliche geodätische Beobachtungen wie z. B. Winkel, Strecken oder Geraden-Bedingungen in Bündelblockausgleichungen großer Blöcke einzuführen. Mit diesem Verfahren wird es möglich, sämtliche Messungselemente zur Bestimmung der Paßpunkte in die Ausgleichung mit einzubeziehen, um so Paßpunktfehler besser aufdecken zu können.

Tabelle 2 Rechenaufwand in Beispielen

Nr.	Blockgröße	Unbekannte	Profilspeichertechnik - alte Numerierung -	Profilspeichertechnik - neue Numerierung -	teilreduzierte Normalgleichungen
1	3 × 7 Bilder 7 × 7 Punkte q = 20%	126 147 u = 273	b = 90 n = 336 s = 20481 R _A = 27000 R _L = 863000 R = 890000	b = 42 s = 10445 R _A = 27000 R _L = 216000 R = 243000	b = 48 v = 3,8 s = 6048 R _A = 85000 R _L = 108000 R = 193000
2	10 × 50 Bilder 11 × 50 Punkte q = 60%	3000 1650 u = 4650	b = 1263 n = 7700 s = 5 Mio R _A = 1 Mio R _L = 3037 Mio R = 3038 Mio	b = 122 s = 558000 R _A = 0,6 Mio R _L = 34,0 Mio R = 34,6 Mio	b = 132 v = 7,5 s = 396000 R _A = 7,8 Mio R _L = 25,4 Mio R = 33,2 Mio
3	30 × 30 Bilder 31 × 31 Punkte q = 60%	5400 2883 u = 8283	b = 2207 n = 16200 s = 16 Mio R _A = 1 Mio R _L = 16589 Mio R = 16590 Mio	b = 360 s = 2,9 Mio R _A = 1 Mio R _L = 521 Mio R = 522 Mio	b = 378 v = 8,5 s = 2 Mio R _A = 21 Mio R _L = 368 Mio R = 389 Mio
4	20 × 40 Bilder 41 × 41 Punkte q = 20%	4800 5043 u = 9843	b = 2895 n = 11430 s = 24 Mio R _A = 1 Mio R _L = 33160 Mio R = 33161 Mio	b = 237 s = 2,3 Mio R _A = 1 Mio R _L = 272 Mio R = 273 Mio	b = 258 v = 4,5 s = 1,2 Mio R _A = 4 Mio R _L = 154 Mio R = 158 Mio

a = 9, q: Querüberdeckung, s: Speicherbedarf, R = R_A + R_L: Rechenaufwand pro Iteration [Anzahl Multiplikationen]

Für die Berechnung der Profilinversen wird etwa die gleiche Rechenzeit benötigt, wie für zwei Iterationen. Diese Teilinverse ist ausreichend, um statistische Tests wie z. B. das Data Snooping nach BAARDA durchzuführen.

Literatur

- [1] JACOBSEN, K.: Vorschläge zur Konzeption und zur Bearbeitung von Bündelblockausgleichungen, Diss. Hannover 1980.
- [2] KLEIN, H., FÖRSTNER, W.: Strategien für die Fehlersuche in der Aerotriangulation, Inst. f. Photogrammetrie Stuttgart, Heft 7, 1981.
- [3] LE MENESTREL, J.: Compensation du Réseau Géodésique français de premier ordre, Bulletin Geodesique No. 94, 1969.
- [4] STEIDLER, F.: Darstellung und Vergleiche von Lösungsstrategien für große schwach besetzte Normalgleichungssysteme in der Geodäsie und in der Photogrammetrie, Diss. 1980, DGK C, Nr. 261.

Anschrift des Verfassers: Dipl.-Ing. ERWIN KRUCK, Institut für Photogrammetrie und Ingenieurvermessungen, Universität Hannover, Nienburger Straße 1, 3000 Hannover

Eingang des Manuskriptes: 20. 8. 1982

Hochschulnachrichten

Universität Hannover

Herr M. Sc. SEBASTIAN LEMA EKENOBI wurde am 10. 7. 1981 mit der Dissertation „Untersuchungen zur digitalen Landnutzungsklassifizierung mit Hilfe von multispektralen Satellitenbildern“ zum Dr.-Ing. promoviert. Referenten: Prof. Dr.-Ing. G. KONECNY, Prof. Dr.-Ing. G. SEEBER.

Autorreferat:

Trotz der zunehmenden Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode zur Klassifizierung von Satellitenbilddaten ist das Genauigkeitspotential dieser Methode noch nicht voll ausgeschöpft und es existieren noch viele ungeklärte Phänomene, die von bestimmten Objektklasse-Kombinationen abhängen.

Datenvarianzen sind bei der Maximum-Likelihood-Methode ein wichtiger Faktor nicht nur für die Klassifizierung einzelner Pixel, sondern auch für den relativen Anteil jeder Objektklasse in dem gesamten Klassifizierungsergebnis. Zahlreiche Klassifizierungen wurden sowohl mit synthetischen Daten als auch mit Landsatdaten durchgeführt, um den Einfluß der relativen Klassenvarianz mehrerer Klassenkombinationen auf die Klassifizierungsergebnisse festzustellen.

Die Ausgleichung des relativen Klassenvarianzniveaus ergibt bei allen Maximum-Likelihood-Klassifizierungen bessere Ergebnisse.

Mit der Klassifizierungsmethode der trennenden Hyperflächen wird ein neues Verfahren vorgestellt, welches keine statistischen Bedingungen voraussetzt. Vergleiche zeigen, daß diese neue Methode zu günstigeren Ergebnissen als die Maximum-Likelihood-Methode führt.

Herr M. Sc. YANG-CHENG LIAO wurde am 15. 2. 1982 mit der Dissertation „Untersuchungen über die automatische Punktübertragung bei der Aerotriangulation an analytischen Auswertegeräten“ zum Dr.-Ing. promoviert. Referent war Prof. Dr.-Ing. G. KONECNY, Korreferent Prof. Dr.-Ing. G. WEIMANN, Braunschweig.

Autorreferat

Die Möglichkeiten der simultanen Prozeßsteuerung bei analytischen Auswertegeräten haben nicht nur die herkömmlichen Auswerteverfahren beschleunigt, sondern sie bieten zusätzlich neue Anwendungsmöglichkeiten.

Zur Schaffung von Verknüpfungspunkten in paßpunktarmen Räumen werden für die Aerotriangulation vielfach durch Punktübertragung künstliche Signale in den Photos geschaffen. Dadurch wird die Schicht verletzt und der räumliche Eindruck gestört. In dieser Arbeit wird eine Möglichkeit vorgestellt, eine halbautomatische